INTRODUCCIÓN

El excelente libro Manual para el proyecto de estructuras de concreto armado para edificaciones de los Ingenieros **Enrique Arnal** y **Salomón Epelboim**; realizado en el año 1.984 bajo solicitud y auspicios del Ministerio del Desarrollo Urbano de la República de Venezuela; editado por la Fundación Juan José Aguerrevere, Fondo Editorial del Colegio de Ingenieros de Venezuela; y basado en la Norma de Estructuras de concreto armado para edificios Covenin-Mindur 1753, en la Norma para Edificaciones antisísmicas Covenin-Mindur 1756, en la Norma de Acciones mínimas para el proyecto de edificaciones Covenin-Mindur 2002, en la Norma para el Cálculo de la acción del viento en el proyecto de edificaciones Covenin-Mindur y en la vasta experiencia de los autores, ha sido durante muchos años referencia obligada para el diseño de estructuras de concreto armado.

El éxito de este libro fue notable, y se agotó la existencia de todas sus ediciones. Actualmente solo circulan los ejemplares que tenemos quienes pudimos adquirirlo en su oportunidad. Más allá de ser un manual, esta obra constituye un libro de texto.

Mucha de la información contenida en este manual es perecedera, puesto que está referenciada a la normativa vigente para la época. Sin embargo, contiene información invaluable de carácter teórico, además de criterios para el buen diseño, que trascienden al tiempo y a las sucesivas normas. Es por este motivo que me he dado a la tarea de digitalizar algunos capítulos que siguen –y seguirán- vigentes, para el libre acceso de aquellos colegas que lo requieran. Cabe acotar que queda a juicio del ingeniero proyectista seguir los criterios expuestos en este texto, cuando sean aplicables, puesto que no son prescriptivos.

Debido a que es un producto que fue realizado por el gobierno nacional, y cuya data es de hace 25 años, no pienso que no pueda pertenecer al dominio público, tal como hoy día ocurre con las Normas Covenin. Esta difusión pública se ha realizado sin el permiso previo para ello.

Antolín Martínez A.

Puerto Ordaz, Julio 2010

CAPÍTULO 6 – SECCIÓN 6.6

Diseño de secciones sometidas a torsión.

ASPECTOS GENERALES

El fenómeno de torsión se presenta en el caso de vigas balcón, vigas de planta curva, vigas con ménsulas dispuestas o cargadas asimétricamente, vigas que soportan voladizos, vigas que soportan losas semi-empotradas en éllas, etc., y en general en secciones en las cuales el plano de las cargas no contiene al eje de la viga.

FLUJOGRAMAS PARA DISEÑO POR TORSION DE SECCIONES RECTANGULARES DE CONCRETO ARMADO

En las Normas COVENIN-MINDUR 1753-81 se dan criterios y fórmulas para el diseño de secciones sometidas a torsión.

A fin de facilitar y sistematizar la aplicación de esas Normas se ha preparado un flujograma donde se siguen detalladamente los diversos pasos requeridos para diseñar dichas secciones.

Se incluyen también ejemplos de aplicación del flujograma.

TABLAS DE "PROPIEDADES DE SECCIONES SOMETIDAS A TORSION"

Se incluyen tablas con los valores de los esfuerzos máximos y la rigidez de secciones sometidas a torsión.

Los esfuerzos se calculan por la teoría de Saint-Venant.

Se incluyen unas tablas correspondientes a las secciones rectangulares de concreto armado; en ellas se dan coeficientes para calcular el esfuerzo máximo (según Saint-Venant), la rigidez y la relación de rigideces entre flexión y torsión.

Se dan ejemplos de aplicación de estas tablas.

NOTACION

Se ha usado la misma notación de las Normas COVENIN-MINDUR 1753-81 con las siguientes adiciones:

G	=	módulo de elasticidad para fuerza cortante ($G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$);
J^*	=	factor de torsión;
J_1, J_2, J_3	=	términos por el cálculo de J^*;
S_f	=	rigidez a flexión (se ha tomado igual a $\frac{4\ EI}{L}$);
S_t	=	rigidez a torsión;
a	=	lado de la sección;
c	=	lado de la sección;
j^*	=	coeficiente para calcular el factor de torsión;
k, k'	=	relación entre la rigidez a flexión y la rigidez a torsión;
t	=	espesor del ala de las vigas;
z, z_1	=	dimensiones de la sección;
α	=	ángulo de torsión;
β_1, β_2	=	coeficientes para el cálculo de J^*;
ϕ	=	coeficiente para el cálculo del esfuerzo máximo;
μ	=	módulo de Poisson (para el cálculo de las tablas se ha tomado $\mu = 1/6$);
$\tau_{máx}$	=	esfuerzo máximo de torsión.

BIBLIOGRAFIA

- Hsu y Kemp
  "Tentative design criteria for torsion". ACI Journal V 66, N°1
  Enero de 1969 - Detroit, EE.UU.

- Le Covec, J.
  "Memento d'emploi des regles B.A. 1960"
  Ed Dunod - París, 1964.

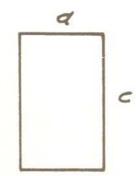
- Mattock, A. H.
  "How to design for torsion"
  Special Publication N° 18
  "Torsion of structural concrete"
  American Concrete Institute
  Detroit, 1968.

- Merriman y Wiggin
  "American Civil Engineers' Handbook"
  Ed John Wiley and Sons
  New York, 1930.

- Park, R. y Paulay, L.
  "Reinforced concrete structures"
  Ed Wiley-Interscience
  New York, 1975.

PROPIEDADES DE SECCIONES RECTANGULA--RES, SOMETIDAS A TORSION.

① ESFUERZO MAXIMO DE TORSION SEGUN SAINT - VENANT.



a < c

$$\tau_{max.} = \varphi \frac{T}{a^2 c}$$

$$\varphi = 3 + \frac{2.60}{0.45 + \frac{c}{a}} \quad (\text{VER TABLA})$$

SEGUN TEORIA DE ESTADOS LIMITES:

$$\tau_{max.} = \rho_{ult.} \frac{T}{a^2 c} \qquad \rho_{ult.} = \frac{2}{1 + \frac{a}{3c}} \quad (\text{VER TABLA})$$

② RIGIDEZ A TORSION:

$$St = \frac{G J}{L}$$

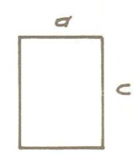
$$J^* = j^* a^3 c$$

$$j = \frac{1}{3}\left[1 - 0.63\,\frac{a}{c}\left(1 - \frac{a^4}{12 c^4}\right)\right] \quad (\text{VER TABLA})$$

③ RELACION ENTRE RIGIDEZ A FLEXION Y RIGIDEZ A TORSION DE UNA VIGA:

$$\frac{Sf}{St} = \frac{4E\,\frac{I}{L}}{\frac{G J^*}{L}};$$

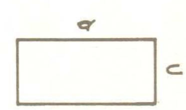
VIGA COLOCADA EN ESTA POSICION:



a < c

$$k = \frac{Sf}{St} = \frac{2(1+\upsilon)}{3 j^*} \quad \frac{c^2}{a^2} \quad (\text{VER TABLA})$$

VIGA COLOCADA EN ESTA POSICION:

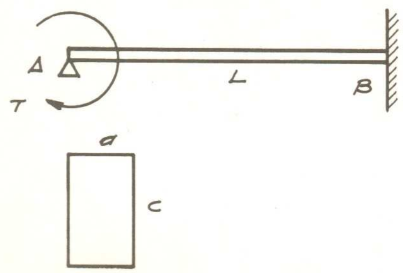


a > c

$$k' = \frac{Sf}{St} = \frac{2(1+\upsilon)}{3 j^*} \quad (\text{VER TABLA})$$

SECCIONES SOMETIDAS A TORSION

(1) EN LA VIGA MOSTRADA CALCULAR ESFUERZO MAXIMO, RIGIDEZ Y ANGULO DE TORSION, ASI COMO RELACION ENTRE RIGIDEZ A FLEXION Y RIGIDEZ A TORSION.



DATOS :

$a = 30$ cms.
$c = 60$ cms.
$L = 800$ cms.
$E = 238\,750$ K/cm²
$T = 200\,000$ K - cm
$\mu = 1/6$

1-1 SE CALCULA a/c PARA ENTRAR EN LA TABLA

$$a/c = \frac{30}{60} = 0.50$$

1-2 SE ENTRA EN LA TABLA CON ESTE VALOR Y SE OBTIENEN LOS COEFICIENTES :

$$\rho = 4.06$$
$$j^* = 0.2289$$
$$k = 13.5900$$

1-3 SE CALCULA EL VALOR DE $\tau_{max.}$:

$$\tau_{max.} = \rho \frac{T}{a^2 c} = 4.06 \frac{200.000}{30^2 \times 60} = 15.04 \text{ K/cm}^2$$

1-4 SE CALCULAN EL FACTOR DE TORSION Y LA RIGIDEZ A TORSION:

$$J^* = j^* a^3 c = 0.2289 \times 30^3 \times 60 =$$

$$J^* = 370\,818 \text{ cm}^4$$

$$St = \frac{G J^*}{L} = \frac{238\,750 \times 370\,818}{2(1 + 1/6)\,800} =$$

$$St = 47\,428\,283$$

1-5 SE CALCULA EL ANGULO DE TORSION:

$$\alpha = \frac{T}{St} = \frac{200\,000}{47\,428\,283} = 0.0042 \text{ rad.}$$

1-6 LA RELACION ENTRE LA RIGIDEZ A FLEXION Y TORSION SE SACA DE LA TABLA:

$$K = \frac{Sf}{St} = 13.5916$$

SE COMPROBARA ESTE VALOR CALCULANDO LAS RIGIDECES:

$$Sf = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 238\,750 \times 30 \times \overline{60}^3}{12 \times 800} = 644\,625\,000$$

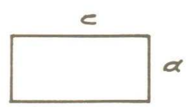
St FUE CALCULADA ANTERIORMENTE Y VALE:

$$St = 47\,428\,283$$

$$\frac{Sf}{St} = \frac{644\,625\,000}{47\,428\,283} = 13.5916 \text{ OK.}$$

SECCIONES SOMETIDAS A TORSION

(2) CALCULAR LOS MISMOS VALORES DEL PROBLEMA ANTERIOR PERO COLOCANDO LA VIGA EN LA POSICION INDICADA A CONTINUACION:



DATOS:

$a = 30$

$c = 60$

$L = 800$

$E = 238\,750 \text{ K/cm}^2$

$T = 200\,000 \text{ K/cm.}$

$\mu = 1/6$

1-1 SE CALCULA a/c PARA ENTRAR EN LA TABLA:

$$\frac{a}{c} = \frac{30}{60} = 0.50$$

1.2 SE OBTIENEN DE LA TABLA LOS VALORES SIGUIENTES:

$j^* = 4.06$

$\rho = 0.2289$

$k' = 3.3979$

1.3 LOS VALORES DE $\tau_{max.}$, St Y α SON IGUALES A LOS OBTENIDOS EN EL PROBLEMA ANTERIOR:

$\tau_{max.} = 15.04 \text{ K/cm}^2$

$St = 47\,428\,283 \text{ K-cm.}$

$\alpha = 0.0042 \text{ rad.}$

1-4 LA RELACION ENTRE LA RIGIDEZ A FLEXION Y LA RIGIDEZ A TORSION ES SACADA DE LA TABLA :

$$K' = \frac{Sf}{St} = 3.3979$$

SE COMPROBARA ESTE VALOR CALCULANDO LAS RIGIDECES :

$$Sf = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 238750 \times 30^3 \times 60}{12 \times 800} =$$

$$Sf = 161156250$$

St FUE CALCULADO ANTERIORMENTE Y VALE:

$$St = 47428283 \text{ K-cm.}$$

$$K' = \frac{161\,156\,250}{47\,428\,283} = 3.3979 \text{ OK.}$$

PROPIEDADES DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A TORSION. COEFICIENTES PARA CALCULO.

TABLA Nº 6.23

$\frac{a}{c}$	φ	φ ult.	j*	k (μ = 1/6)	k' (μ = 1/6)
1.00	4.79	3.00	0.1408	5.3810	5.3810
0.95	4.73	2.93	0.1474	5.8468	5.2767
0.90	4.67	2.86	0.1547	6.2070	5.0277
0.85	4.60	2.79	0.1626	6.6206	4.7834
0.80	4.53	2.73	0.1711	7.1027	4.5457
0.75	4.46	2.67	0.1800	7.6777	4.3210
0.70	4.38	2.61	0.1893	8.3851	4.1087
0.65	4.31	2.55	0.1987	9.2646	3.9143
0.60	4.23	2.50	0.2087	10.3522	3.7268
0.55	4.15	2.45	0.2187	11.7567	3.5564
0.50	4.06	2.40	0.2289	13.5910	3.3979
0.45	3.97	2.35	0.2392	16.0573	3.2516
0.40	3.88	2.31	0.2495	19.4831	3.1173
0.35	3.79	2.26	0.2599	24.4294	2.9926
0.30	3.69	2.22	0.2704	31.9600	2.8764
0.25	3.58	2.18	0.2809	44.3024	2.7689
0.20	3.48	2.14	0.2913	66.7500	2.6700
0.15	3.37	2.11	0.3018	114.5378	2.5771
0.10	3.25	2.07	0.3125	248.8900	2.4889
0.05	3.13	2.03	0.3229	963.4800	2.4087
0.00	3.00	2.00	0.3333	∞	2.3336

φ = COEFICIENTE PARA CALCULAR τ_{max}.

TABLA Nº 6.24

PROPIEDADES DE SECCIONES CUALESQUIERA SOMETIDAS A TORSION

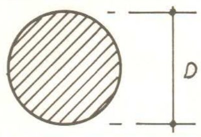
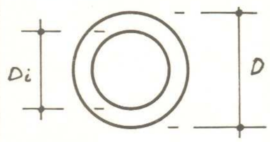
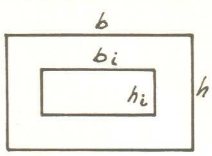
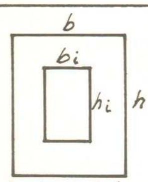
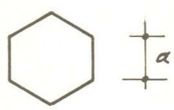
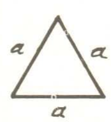
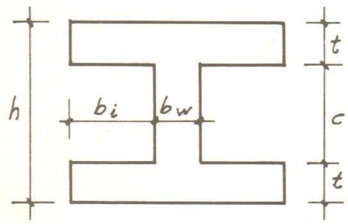
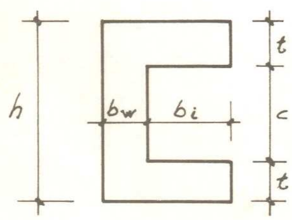
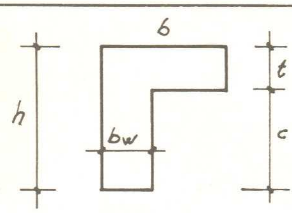
SECCION	$\tau_{max.}$	S_t
	$\frac{16\,T}{\pi D^3}$	$\frac{\pi D^4}{32}\;\frac{G}{L}$
	$\frac{16\,TD}{\pi(D^4 - D^4)}$	$\frac{\pi(D^4 - Di^4)}{32}\;\frac{G}{L}$
	VER TABLA	VER TABLA
 $h_i b = h b_i$	$\sim 4.5\,\frac{Tb}{h^3 b - h^3 b}$	
 $h_i b = h b_i$	$\sim 4.5\,\frac{Th}{b^3 h - b_i^3 h_i^3}$	
	$\frac{1.02\,T}{a^3}$	$\frac{a^4}{0.96}\;\frac{G}{L}$
	$\frac{20\,T}{a^3}$	$\frac{a^4}{46.2}\;\frac{G}{L}$

TABLA Nº 6.25

PROPIEDADES DE SECCIONES CUALESQUIERA SOMETIDAS A TORSION.

SECCION	$\tau_{max.}$	$S_t = \frac{G J^*}{L}$
	$\frac{4,5\ T}{t^2(h+4b_i)}$	$J^* = 2J_1 + J_2 + 2\beta_1 z^4$ $J_2 = \frac{c b_w^3}{3}$ $\beta_1 = \frac{0,20\ z}{z_1}$ $z = t$ ó b_w (el menor) $z_1 = t$ ó b_w (el mayor)
	$\frac{4.5\ T}{t^2(h+b_i-t)}$	$J^* = 2J_1 + J_3 + \beta_z z^4$
	$\frac{4.5\ T}{t^2(h+b-t)}$	$J^* = J_1 + J_3 + \beta_z z^4$

$$J_1 = \frac{b t^3}{3}\left[1 - 0,63\frac{t}{b}\left(1 - \frac{t^4}{12 b^4}\right)\right] = j^* b t^3 \text{(vease tabla de } j^*\text{)}$$

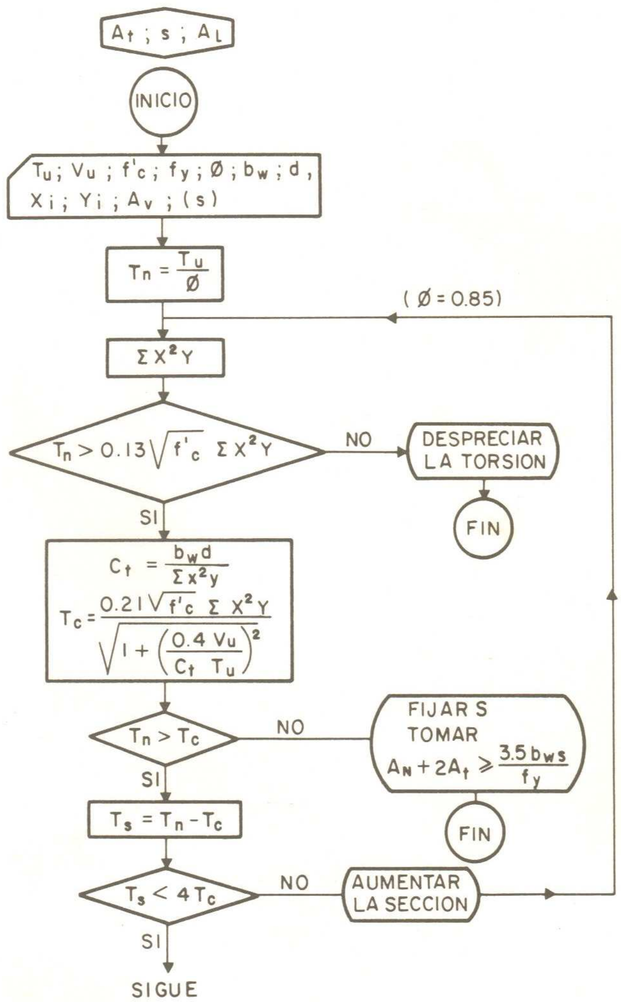
$$J_3 = \frac{c b_w^3}{3}\left[1 - 0,315\frac{b_w}{c}\left(1 - \frac{b_w^4}{192 c^4}\right)\right]$$

$$\beta_z = 0,11\frac{z}{z_1}$$

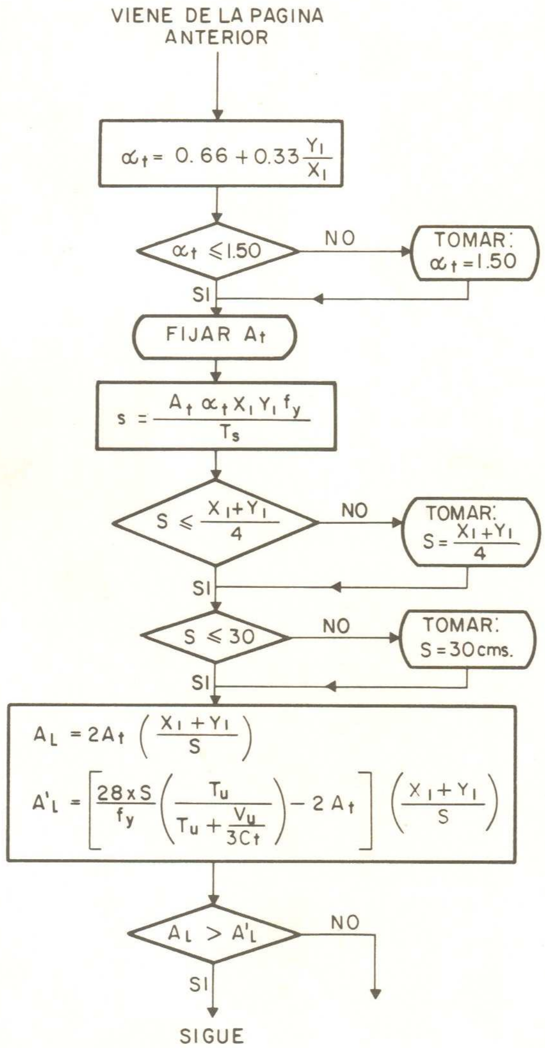
$z = t$ ó b_w (el que sea menor)

$z_1 = t$ ó b_w (el que sea mayor)

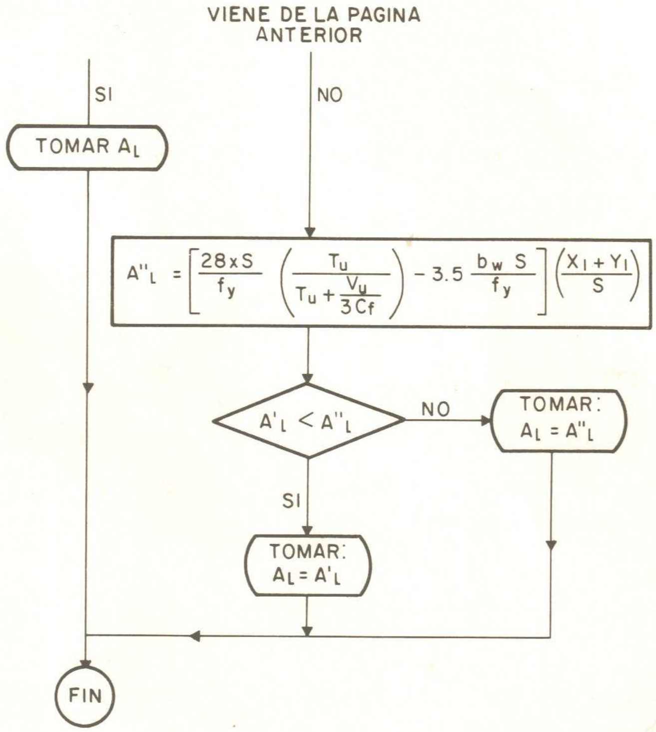
FLUJOGRAMA 6.2



FLUJOGRAMA 6.2

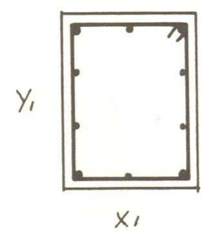


FLUJOGRAMA 6.2

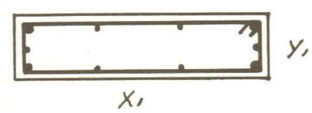


SECCIONES RECTANGULARES T Y L

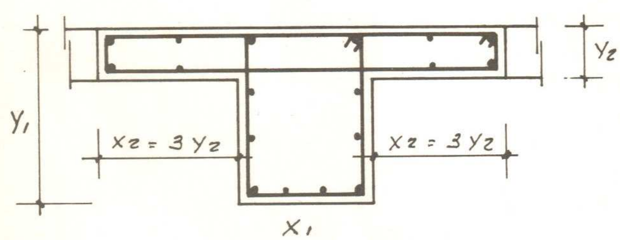
CALCULO DE $\Sigma x^2 y$



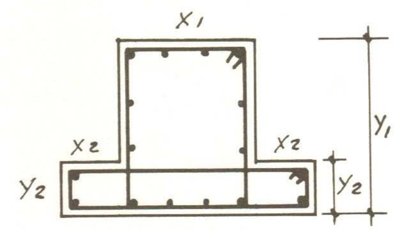
$$\Sigma x^2 y = x_1^2 y_1$$



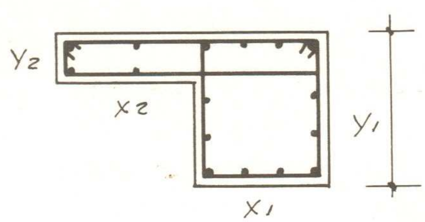
$$\Sigma x^2 y = x_1 y_1^2$$



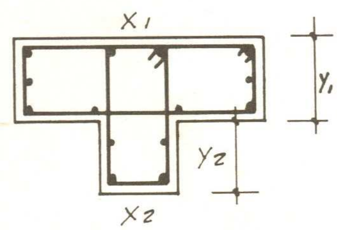
$$\Sigma x^2 y = x_1^2 y_1 + 6 y_2^3$$



$$\Sigma x^2 y = x_1^2 y_1 + 2 x_2^2 y_2$$

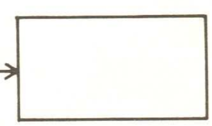


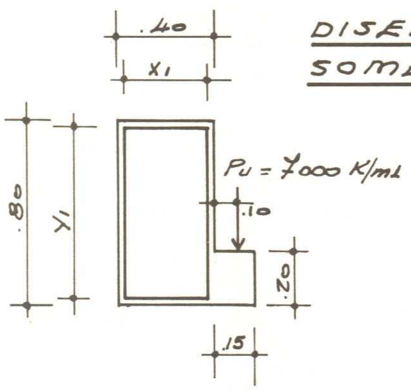
$$\Sigma x^2 y = x_1^2 y_1 + y_2^2 x_2$$



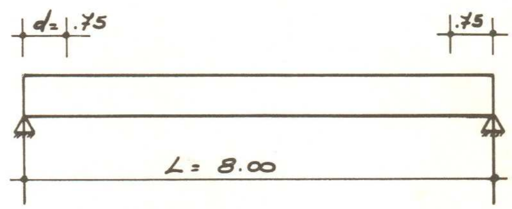
$$\Sigma x^2 y = x_1 y_1^2 + x_2^2 y_2$$

NOTA:
SE TOMA AL CUADRADO
LA MENOR DIMENSION
DE CADA RECTANGULO





DISEÑO DE SECCIONES SOMETIDAS A TORSION



DETERMINAR:

AREA DE ESTRIBOS Y BARRAS LONGITUDINALES REQUERIDAS PARA RESISTIR LA TORSION EN LA VIGA INDICADA.

DATOS:

P_u = 7000 K/ml
ϕ = 0.85
b_w = 40 cms.
h = 80 cms.
d = 75 cms.
f'_c = 250 K/cm²
f_y = 4.200 K/cm²

X_1 = .35
Y_1 = .75

1) SE HALLA EL VALOR DEL MOMENTO DE TORSION PRODUCIDO POR P_u

$$t_u = 7.000 \times 0.30 = 2100 \text{ K-mt/ml}$$

EL VALOR DE $T_u = \dfrac{2100 \frac{\text{K-mt.}}{\text{ml}} \times 8 \text{ ml}}{2} = 8400$ K-mt.

2) SE OBTIENE V_u TOMANDO EN CUENTA EL PESO PROPIO

$$V_u = \frac{8100 \frac{Kgs.}{ml} \times 8\,ml}{2} = 32400\ Kgs.$$

SE PUEDE TRABAJAR A UNA DISTANCIA "d" DE LA CARA DEL APOYO.

$$T_u = 8400 - 2100 \times .75 = 6825\ K\text{-}mt.$$
$$V_u = 32400 - 8100 \times .75 = 26325\ Kgs.$$

3) SE CALCULA $\Sigma x^2 y$

$$\Sigma x^2 y = \begin{array}{lcr} \overline{40}^2 \times 80 & = & 128000\ cm^3 \\ \overline{15}^2 \times 20 & = & 4500\ \ '' \\ \hline & & 132500\ cm^3 \end{array}$$

4) SE CALCULA $T_n = \frac{T_u}{\phi}$

$$T_n = \frac{6825\ K\text{-}mt}{0.85} = 8029\ K\text{-}mt.$$

5) SE COMPRUEBA SI HAY QUE CONSIDERAR LA TORSION Ó SEA $T_n > 0.13 \sqrt{f'c} \times \Sigma x^2 y$

$$0.13 \times \sqrt{250} \times 132500 = 2724\ K\text{-}mt.$$
$$T_n = 8029\ K\text{-}mt > 2724\ K\text{-}mt.$$

SI HAY QUE TOMAR EN CUENTA LA TORSION.

6) SE CALCULA EL MOMENTO TORSOR RESISTIDO POR EL CONCRETO T_c

$$T_c = \frac{0.21 \sqrt{f'c}\ \Sigma x^2 y}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.4\ V_u}{C_t \times T_u}\right)^2}}$$

$$C_t = \frac{b_w \times d}{\Sigma x^2 y} = \frac{40 \times 75}{132500} = 0.02264 \simeq 0.023$$

$$T_c = \frac{0.21\sqrt{250} \times 132500}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.4 \times 26325}{0.023 \times 682500}\right)^2}} = 3636 \text{ K-mt.}$$

COMO $T_n > T_c$, SE REQUIERE REFUERZO POR TORSION.
EL MOMENTO A ABSORBER CON ACERO ES:

$$T_s = T_n - T_c$$

$$T_s = 8029 - 3636 = 4393 \text{ K-mt.}$$

SIEMPRE QUE

$$T_s < 4\,T_c$$

$$4\,T_c = 4 \times 3636 = 14544 \text{ K-mt.}$$

$$T_s < 14544 \text{ K-mt.}$$

7) SE FIJA UN AREA DE ACERO Y SE BUSCA LA SEPARACION DE ESTRIBOS.

SI SE UTILIZA CABILLA DE $\phi = 3/8''$

$$A_t = 0.71 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{A_t \times \alpha_t \times X_1 \times Y_1 \times f_y}{T_s}$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \frac{Y_1}{X_1}$$

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \times \frac{75}{35} = 1.367$$

$$\alpha_t < 1.50$$

SE TOMA $\alpha_t = 1.367$

$$S = \frac{0.71 \times 1.367 \times 75 \times 35 \times 4200}{439300} = 24.36$$

8) SE COMPRUEBA QUE

$$s \le \frac{X_1 + Y_1}{4} = \frac{35 + 75}{4} = 27.5$$

SE TOMARA $S = 20$ cms.

9) AHORA SE BUSCA EL ACERO LONGITUDINAL ENTRE ESTOS DOS VALORES.

$$A_\ell = 2A_t \, \frac{x_1 + y_1}{s} = 2 \times 0.71 \, \frac{(35 + 75)}{20} = 7.81 \, cm^2$$

$$A'_\ell = \left[\frac{28 x s}{f_y} \left(\frac{T_u}{T_u + \frac{V_u}{3C_t}} \right) - 2A_t \right] \left(\frac{x_1 + y_1}{s} \right)$$

$$A'_\ell = \left[\frac{28 \times 40 \times 20}{4200} \left(\frac{682500}{682500 + \frac{26325}{3 \times 0.023}} \right) - 2 \times 0.71 \right] \left(\frac{35 + 75}{20} \right)$$

$$A'_\ell = 11.06 \, cm^2$$

ENTRE ESTOS DOS VALORES SE ESCOGE EL MAYOR Ó SEA A'_ℓ Y SE COMPARA CON A''_ℓ, SE DISEÑARA CON EL MENOR DE LOS DOS.

$$A''_\ell = \left[\frac{28 x s}{f_y} \left(\frac{T_u}{T_u + \frac{V_u}{3C_t}} \right) - \frac{3.5 \, b_w \, s}{f_y} \right] \left(\frac{x_1 + y_1}{s} \right)$$

$$A''_\ell = \left[\frac{28 \times 40 \times 20}{4200} \left(\frac{682500}{682500 + \frac{26325}{3 + 0.023}} \right) - \frac{3.5 \times 40 \times 20}{4200} \right] \left(\frac{35 + 75}{20} \right)$$

$$A''_\ell = 15.14 \, cm^2$$

SE DISEÑARA CON $A'_\ell = 11.06 \, cm^2$.
SI A_ℓ HUBIERA DADO MAYOR QUE A'_ℓ SE DISEÑA CON A_ℓ.